Formation et Analyse d'Images

James L. Crowley

ENSIMAG 3 — Premier Sémestre 2006/2007

Séance 7 — 10 novembre 2006

Analyse et Réconnaissance Statistique

Plan de la Séance :

Analyse par Apparance Locale

Les dérivés donnes les caractéristiques locale.

$$\vec{X}(i, j) = p(i, j) * \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \\ G_{xx} \\ G_{xy} \\ G_{yy} \end{pmatrix}$$

Mais quoi voudrais dire "locale"?

Rappel :

$$G(x, y, \sigma) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$G_x(x, y, \sigma) = -\frac{x}{\sigma^2} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xx}(x, y, \sigma) = \frac{x^2 - \sigma^2}{\sigma^4} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xy}(x, y, \sigma) = \left(-\frac{x}{\sigma^2}\right)\left(-\frac{y}{\sigma^2}\right) G(x, y, \sigma) = \frac{x\ y}{\sigma^4} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xxx}(x, y, \sigma) = -\frac{x^3 - x\ \sigma^2}{\sigma^6} \quad G(x, y, \sigma)$$

Description de la chrominance

Le composant "chrominance" $p(\lambda)$ est déterminé par la composition du spectre de la source et le spectre d'absorption des pigments de la surface. Si le spectre de la source est constant, la chrominance indique l'identité de l'objet.

L'axe luminance, L, peut etre défini par

$$L = R + V + B$$

La chrominance $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ est une signature pour l'object.

La chrominance peut être définit par plusieur codages.

Par example, pour la détection du peau, il est fréquent de voir
Normalisation par la luminance laisse deux axes chromatiques : r, v

$$c_1 = r = \frac{R}{R+V+B} \qquad c_2 = v = \frac{V}{R+V+B}$$

Une autre codage fréquente est une codage en "couleur opposée", par exemple :

$$L = \frac{R+G+B}{3} \quad , \qquad c_1 = \frac{R-G}{2} \quad \text{et} \quad c_2 = \frac{R+G}{2} - B.$$

$$\begin{pmatrix} L \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.33 & 0.33 & 0.33 \\ 0.5 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Ceci donne une indice pour la detection d'objet au niveau pixel.

$$G_x^L,\ G^{C_1},\ G^{C_2},\ G_x^{C_1},\ G_x^{C_2},\ G_{xx}^L,\ G_{xy}^L,\ G_{yy}^L$$

On détermine l'orientation local par

$$\theta = \quad \theta(x, y) = \text{Atan2}\{\langle A(x, y), G_y\rangle, \langle A(x, y), G_x\rangle\}$$

Les réponses de filtres orientées peuvent être calculé par une somme de réponse des filtres de base, pondérée par les sinus et cosinus.

$$G_1^\theta = \cos(\theta)\, G_x + \sin(\theta)\, G_y$$
$$G_2^\theta = \cos(\theta)^2\, G_{xx} + 2\cos(\theta)\sin(\theta)\, G_{xy} + \sin(\theta)^2\, G_{yy}$$
$$G_3^\theta = \cos(\theta)^3\, G_{xxx} + 3\cos(\theta)^2 \sin(\theta)\, G_{xxy} + 3\cos(\theta)\sin(\theta)^2\, G_{xyy} + \sin(\theta)^3\, G_{yyy}$$

On peut apprendre et detecter l'apparance d'une maniere statistique.

Mais quoi voudrais dire "locale"?

$$G(x, y, \sigma) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$G_x(x, y, \sigma) = -\frac{x}{\sigma^2} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xx}(x, y, \sigma) = \frac{x^2 - \sigma^2}{\sigma^4} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xy}(x, y, \sigma) = \left(-\frac{x}{\sigma^2}\right)\left(-\frac{y}{\sigma^2}\right) G(x, y, \sigma) = \frac{x\ y}{\sigma^4} \quad G(x, y, \sigma)$$

$$G_{xxx}(x, y, \sigma) = -\frac{x^3 - x\ \sigma^2}{\sigma^6} \quad G(x, y, \sigma)$$

La paramètre σ représent la facture d'echelle.

Locale voudrais dires dans une rayon de "2σ" .

L'espace d'échelles

La fonction Gaussian est invariante à la transformation d'échelle :

$$T_S\{G(x, \sigma) \} = G(T_S\{x\}, T_S\{\sigma\})$$

On a vu que la "taille" d'un objet et en proportion de $x = \frac{F}{z_c}$.

Si z est doublé, x est diminué par 1/2.

Si on multiplie par "s" la taille, on remplace x => s x
Pour rester "invariante" il faut aussie accoitre le taille de la localité par "s".

$$G(x, \sigma) \Rightarrow G(sx, s\sigma)$$

Un espace d'échelle, $P(x, y, \sigma)$ est défini par un noyau, $g(x, y; \sigma)$
avec le paramètre σ libre

$$P(x, y, \sigma) = g(x, y; \sigma) * p(x, y)$$

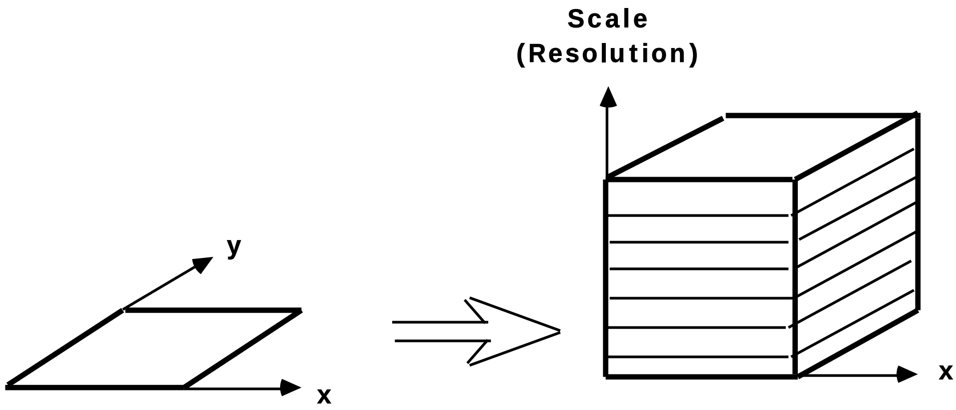
pour $X_{min} \leq x \leq X_{max}$, $Y_{min} \leq y \leq Y_{max}$, $\sigma_{min}, \leq \sigma \leq \sigma_{max}$,

ou σ est le paramètre d'échelle, avec une echelle logaritmique.
Pour une description invariant à l'échelle , il faut un axe logarithmique pour σ.

L'espace d'échelle facilite la recherche de correspondance
grâce à la décomposition des formes à divers niveaux de résolution :

Résolution basse : peu de formes,
vue globale,
détails grossiers

Résolution haute : nombreux formes,
vue locale,
détails fins.



La description de l'image se trouvent à toutes les échelles.

Propriétés de l'espace d'échelle :

- Invariance (Equivariance) aux changements de taille
- Le bruit de numérisation se trouve dans les hautes fréquences (donc petit σ).
- Les points de contraste dans les moyennes fréquences sont souvent les plus stables,

L'espace d'échelle est une idéal mathématique. Pour calculer il faut travailler sur les valeurs numériques. Ceci implique une échantillonnage en x, y, et Log(σ.)

Pourquoi "Log(σ)" ?

$$G(sx, \log(s\sigma)) = G(sx, \log(s) + \mathrm{Log}(\sigma))$$

dans une echelle Log(s), changement d'echelle => Translation.

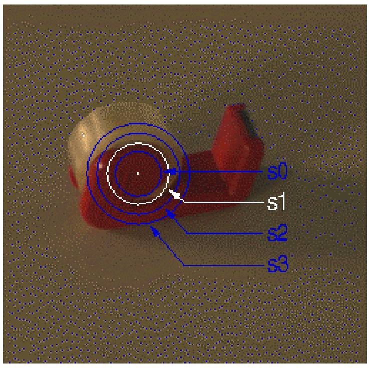
Commen découvre l'échelle locale ?

Echelle Intrinsèque (ou characteristique)

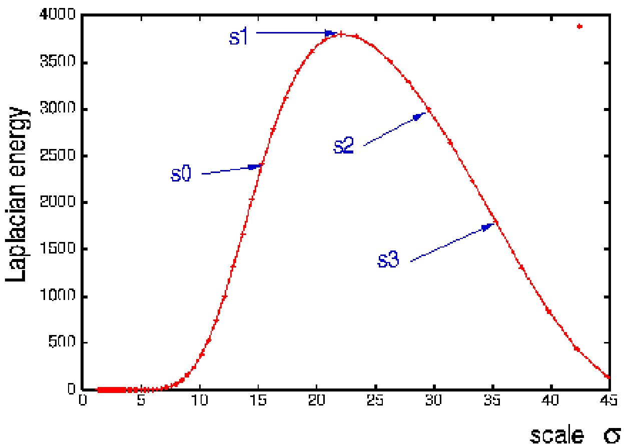
Considère la Laplacienne pour à la pixel x, y, en fonction de σ

$$ {}_{\sigma}{}^{2}p(i,j) = \langle G_{xx}(i, j, \sigma), p(i, j)\rangle + \langle G_{yy}(i, j, \sigma), p(i, j)\rangle $$

A chaque point de l'image il y a quelques valeurs de σ pour laquelle la ${}_{\sigma}{}^{2}p(i,j)$ sont maximale.



zero crossing of Laplacian at si



L'echelle intrinsique à (i, j) est $\sigma_i(i, j) = \text{Arg-Max}_{\,\sigma}\{ {}_{\sigma}{}^{2}p(i,j)\}$

Considère la Laplacienne pour à la pixel x, y, en fonction de σ

$$ {}_{\sigma}{}^{2}p(i,j) = \langle G_{xx}(i, j, \sigma), p(i, j)\rangle + \langle G_{yy}(i, j, \sigma), p(i, j)\rangle $$

A chaque point de l'image il y a quelques valeurs de σ pour laquelle la ${}_{\sigma}{}^{2}p(i,j)$ sont maximale.

$$ \sigma_i(i, j) = \text{Arg-Max}_{\,\sigma}\{ {}_{\sigma}{}^{2}p(i,j)\} $$

Le Gaussian est une solution de la Equation de Diffusion.

Equation de Diffusion: $\quad {}^{2}G(x,y; \sigma) = \dfrac{\partial G(x,y;\sigma)}{\partial \sigma}$

En conséquente, $\quad {}^{2}G(x,y; \sigma) \approx G(x,y; \sigma_1) - G(x,y; \sigma_2)$

pour $\sigma_1 \geq \sqrt{2}\ \sigma_2$